

mgr Justyna Mokrzycka
Katedra Matematyki
Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

Tytuł referatu:

Porównanie różnych struktur zależności w dwuwymiarowych bayesowskich modelach Copula-GARCH

Streszczenie:

Równoległe z badaniami nad modelowaniem zmienności finansowych szeregów czasowych prowadzone są badania nad występowaniem zależności, ich rodzajem, dynamiką oraz mechanizmami zmiany struktury tej zależności. Popularnym narzędziem opisu wielowymiarowych szeregów czasowych są procesy MGARCH (*Multivariate GARCH*). Innym podejściem do modelowania struktury zależności jest zastosowanie kopuli. Jednym z tego typu modeli jest model Copula-GARCH (por. Patton 2006b, Jondeau i Rockinger 2006). Jego specyfikacja pozwala na ujęcie asymetrii w rozkładach warunkowych poprzez uskośnienie warunkowych rozkładów brzegowych oraz przyjęcie asymetrycznej struktury zależności (dobór odpowiedniej kopuli).

Modele Copula-GARCH stosuje się m.in. do wyceny instrumentów pochodnych, szacowania wartości zagrożonej (zob. Cherubini i in., 2004, Embrechts, Hoing, 2006), modelowania zależności pomiędzy aktywami finansowymi (zob. Patton, 2006b, 2013), a także zależności i powiązań na globalnym rynku finansowym (zob. Jondeau, Rockinger, 2006, Doman, Doman 2014) czy też badania występowania efektu zarażania na rynkach finansowych (zob. Rodriguez, 2006; Durante i Jaworski 2008; Arakelian i Delleportas 2009).

W ostatnich latach widoczny jest również wzrost zainteresowania zastosowaniem wnioskowania bayesowskiego w modelach wykorzystujących kopule. Huard, Evin, Favre (2006) zaproponowali bayesowskie porównanie wybranych 9 kopuli proponując rozkład *a priori* bezpośrednio dla współczynnika tau Kendalla. Z kolei Silva i Lopes zastosowali podejście bayesowskie do szacowania parametrów 6 wybranych kopuli (zob. Ausin, Lopes, 2008). Ponadto praca Ausin i Lopes (2010) przedstawia wyniki wnioskowania bayesowskiego dla dynamicznej kopuli t-studenta, a praca Almeidy i Czado (2012) wyniki wnioskowania bayesowskiego dla 3 modeli Copula-GARCH ze statyczną kopulą oraz 3 modeli z dynamiką parametru kopuli opisaną procesem SV (ang. *stochastic volatility*). Publikacja Rossi, Ehlers, Filho (2012) prezentuje wyniki porównania 5 modeli Copula-GARCH z warunkowym brzegowym symetrycznym i skośnym rozkładem t-Studenta. Z kolei prace Pipienia (2012, 2014) dotyczą wnioskowania bayesowskiego w modelach Copula MGARCH o rozkładach niezmienniczych względem transformacji ortogonalnych. Nie znajdujemy natomiast prac, w których formalnie porównano by dużą klasę modeli Copula-GARCH oraz struktur MGARCH i Copula-GARCH.

Referat poświęcony jest modelom Copula-GARCH oraz bayesowskiemu wnioskowaniu statystycznemu w kontekście tych modeli. Głównym celem badawczym jest opracowanie metod numerycznych związanych z estymacją modeli Copula-GARCH oraz formalne porównanie tych modeli z modelami MGARCH. W szczególności w referacie zaprezentowane zostaną wyniki porównania mocy wyjaśniającej dwuwymiarowych bayesowskich modeli Copula-AR(1)-GARCH(1,1) posiadających warunkowy brzegowy skośny lub symetryczny rozkład t-Studenta oraz 11 różnych kopul. Przedmiotem modelowania będą logarytmiczne dzienne stopy zwrotu subindeksów indeksu WIG oraz kursów walutowych (EUR/PLN,USD/PLN). Ponadto, podjęto próbę porównania modeli Copula-AR(1)-GARCH(1,1) ze statyczną oraz dynamiczną kopulą t-Studenta z modelem VAR(1)-DCC-GARCH(1,1) w kontekście modelowania zmienności i zależności stóp zwrotu kursów walutowych (EUR/PLN,USD/PLN). Przedstawiona zostanie również metoda Monte Carlo z funkcją ważności jako narzędzie wyznaczenia charakterystyk rozkładów *a posteriori* oraz wartości brzegowych gęstości macierzy obserwacji.

Dla analizowanych danych empirycznych w klasie modeli ze statyczną kopulą bardziej prawdopodobne *a posteriori* okazały się być modele z symetrycznymi warunkowymi rozkładami t-Studenta. Dla logarytmicznych dziennych stóp zwrotu subindeksów indeksu WIG najwyższe prawdopodobieństwo *a posteriori* uzyskał model z kopulą Claytona-Gumbela, a dla logarytmicznych dziennych stóp zwrotu kursów walutowych (EUR/PLN,USD/PLN) model z kopulą t-Studenta.

Zastosowanie skośnego rozkładu t-Studenta nie poprawiło mocy wyjaśniającej statycznych modeli Copula-GARCH.

Wybrane pozycje literaturowe:

1. Almeida, C., Czado, C., (2012), Efficient Bayesian inference for stochastic time-varying copula models, *Computational Statistics and Data Analysis*, 56, p. 1511-1527.
2. Arakelian V., Dellaportas P., (2009), Contagion tests via copula threshold models, Working Paper, Department of Statistic, Athens University of Economic and Business, <http://stat-athens.aueb.gr/~ptd/copulas.pdf>, (dostęp: 18.06.2016 r.).
3. Ausin M.C., Lopes H.F., (2010), Time-varying joint distribution through copulas, *Computational Statistics and Data Analysis*, 54, 2383-2399.
4. Cherubini, U., Luciano, E., Vecchiato, W., (2004), *Copula Methods in Finance*, Wiley, England.
5. Doman R., (2011), *Zastosowania kopuli w modelowaniu dynamiki zależności na rynkach finansowych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu, Poznań.
6. Doman M., Doman R., (2014), *Dynamika zależności na globalnym rynku finansowym*, Difin SA, Warszawa.
7. Durante F., Jaworski P., (2008), The use of threshold copula for defining contagion among financial market, <http://www.finance-innovation.org/risk09/work/6340390.pdf> (dostęp on line: 18.06.2016).
8. Engle R.F., (2002), Dynamic Conditional Correlation –A simple class of Multivariate GARCH Models, *Journal of Business and Economic Statistics*, 20,339-350.
9. Engle R.F., Sheppard K., (2001), Theoretical and empirical properties of dynamic conditional correlation multivariate GARCH, NBER Working Paper Series, No. 8554, <http://www.nber.org/papers/w8554>.
10. Embrechts P., Hoing A., (2006), Extreme VAR scenarios in higher dimensions, *Extremes* 9, 177-192.
11. Fiszeder P., (2009), *Modele klasy GARCH w empirycznych badaniach finansowych*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń.
12. Geweke J., (1989), Bayesian inference in econometric models using Monte Carlo integration, *Econometrica*, vol. 57, s. 1317-1339.
13. Hafner, Ch.,M., Manner, H., (2012), Dynamic stochastic copula models: Estimation, inference and applications, *Journal of Applied Econometrics*, V. 27, Issue 2, p. 269-295.
14. Huard D., Evin G., Favre A.C., (2006), Bayesian copula selection, *Computational Statistics and Data Analysis*, 51, 809-822.
15. Jondeau E., Rockinger M., (2006), The Copula-GARCH model of conditional dependencies: An international stock market application, *Journal of International Money and Finance*, 25, 827-853.
16. Min A., Czado C., (2010), Bayesian Inference for Multivariate Copulas Using Pair-Copula Constructions, *Journal of Financial Econometrics*, Vol. 8, No. 4, 511-546.
17. Nelsen R.B., (1999), *An Introduction to Copulas*, Springer-Verlag, New York.
18. Osiewalski J., (2001), *Ekonometria bayesowska w zastosowaniach*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków.
19. Patton, A.J., (2006a), Estimation of Multivariate Models for Time Series of Possibly Different Lengths, *Journal of Applied Econometrics*, 21(2), 147-173.
20. Patton A.J., (2006b), Modelling asymmetric exchange rate dependence, *International Economic Review*, 47 (2), 527-556.
21. Patton A.J., (2012), A review of copula models for economic time series, *Journal of Multivariate Analysis*, 100, 4-18.
22. Patton A.J. (2013), *Copula Methods for Forecasting Multivariate Time Series*, [w:] Elliott G., Timmermann A., (red.), *Handbook of Economic Forecasting*, 2, Springer Verlag.
23. Pericoli M., Sbracia M., (2003), A Primer on Financial Contagion, *Journal of Economic Surveys*, vol. 17, No. 4,
24. Pipień M., (1999), Całkowanie numeryczne w analizie bayesowskiej: Monte Carlo z funkcją ważności, *Przegląd Statystyczny*, R. XLVI-Zeszyt 2.
25. Pipień M., (2006), *Wnioskowanie bayesowskie w ekonometrii finansowej*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków.
26. Pipień M. (2012) Orthogonal Transformation of Coordinates in Copula M-GARCH Models - Bayesian Analysis for WIG20 SPOT and FUTURES Returns, *Folia Oeconomica Cracoviensia* 53, 21-40.
27. Pipień M. (2014), Modele Copula-M-GARCH o rozkładach niezmienniczych na transformacje ortogonalne, *Studia Ekonomiczne*, t. 203, 134-142.
28. Rossi J.L., Ehlers R.S., Andrade M.G. (2012), *Copula-GARCH Model Selection: A Bayesian Approach*, Technical Report 88, University of São Paulo.
29. Rodriguez J.C. (2006), Measuring financial contagion; A Copula approach, *Journal of Empirical Finance*, 14, 401-423,
30. Silva R., Lopes H.F., (2008), Copula, marginal distributions and model selection: a Bayesian note, *Statistical Computing*, 18, 313-320.